REEQUILIBRIO DAS PROPORÇÕES DE ATIVOS NUMA CARTEIRA PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO COM JANELAS DE TEMPO NUM MERCADO DE RISCO

Berenice Damasceno
Depto. de Matemática, Faculdade de Engenharia, UNESP campus de Ilha Solteira, Brasil
Av. Brasil Centro, 56 Caixa Postal 31 CEP 15385-000 Ilha Solteira São Paulo Brasil
berenice@mat.feis.unesp.br

Luciano Barbanti
Depto. de Matemática, Faculdade de Engenharia, UNESP campus de Ilha Solteira, Brasil
Av. Brasil Centro, 56 Caixa Postal 31 CEP 15385-000 Ilha Solteira São Paulo Brasil
barbanti@mat.feis.unesp.br

RESUMO

Este trabalho trata da aplicação de linguagem e técnicas do PERT-CPM, em processos de maximização de retorno com um risco prefixado em Mercados Financeiros considerando intervalos de tempo permitidos (janelas de tempo) para comercialização dos ativos de uma Carteira. A proposta do trabalho é – apresentando as técnicas para maximização de retorno com minimização de risco na Carteira – dar a possibilidade de uma pessoa ou grupo atuar como home-broker e pela aplicação das técnicas – simples – deste trabalho criar independência financeira para uma inclusão participativa na Sociedade.

PALAVRAS CHAVE. Maximização de lucro, Mercado financeiro, PO e rebalanceamento de Carteiras.

Tópicos: PO aplicada aos cidadãos; PO aplicada a políticas participativas e de inclusão; Gestão Financeira.

ABSTRACT

This paper deals with the application of OR language and techniques in profit maximization processes with a risk pre-indexed in Financial Markets considering the allowed time intervals (time windows) for the purchase and sale of the assets of a Portfolio, aiming at its rebalancing.

KEYWORDS. Profit maximization. Financial Market. OR and the Portfolios rebalancing.

Paper topics: OR applied to citizens; OR applied to participatory and inclusion policies; Financial Management.

1. Introdução

1.1. Motivações

Este trabalho visa a aplicação do método PERT-COM [Hillier e Lieberman, 2001]para o Mercado de ações e se insere no tema "PO aplicada aos cidadãos" na medida em que pode ser pensado como um instrumento de cálculo para tomada de decisões de um *home broker* para, através da sua interação com Bolsas do Mercado Financeiro, ter ferramentas que possibilitem lucros.

Visa neste contexto, principalmente, dar instrumentos de cálculo para tomada de decisões no manejo de Carteiras de Ativos financeiros.

Deste modo, entre outros objetivos próprios, quer levar desta maneira uma pessoa a adquirir uma maior eficiência como operador nas diferentes Bolsas de Valores, através de um computador, pela Internet.

O cumprimento deste objetivo tem um profundo efeito em direção à posse de cidadania, pois colabora no sentido de levar pessoas a se tornarem independentes em relação a um ganho. Esse ganho (oficial ou não), em geral baixo (por exemplo, de Previdência Social, de Bancos, de bolsas sociais, de subsídios do governo, de empréstimos familiares, etc.) e em geral quando a pessoa já saiu do mercado de trabalho.

Como suporte para este viés de motivação neste trabalho, relembremos que o uso da condição de *home-broker* autossuficiente (ou associado a um grupo de *home-brokers*) para complementação e independência dos ganhos, é bem definido e de absoluto sucesso nos EUA e em países europeus, desde a década de 1970. Ele é praticado principalmente pela parte mais idosa da população.

1.2. Objetivos e Métodos

Atualmente, como sabido e discutido à exaustão, vive-se num contexto de crise financeira mundial proporcionada por diversas (e complexas) razões.

Isto causa reflexos nos Mercados financeiros, todos interligados (no caso do Brasil, o BMF-BOVESPA – ou B3), principalmente no que se refere à volatilidade dos preços de ativos (ações e *commodities*), impondo assim prazos estritos para uma resposta de otimização.

Para se tratar com os riscos desta alta e irregular volatilidade, é imperioso termos métodos de organização onde possamos não só antever atitudes de intervenção no Mercado, mas também – desde que já escolhida uma Carteira de ativos – a possibilidade, e necessidade, da sincronização e categorização nos tempos envolvidos nas atitudes (compra/venda, reequilíbrio de ativos na Carteira, ...) visando a materialização dos objetivos do programa, pré-estabelecido.

Nesta direção, propomos neste trabalho a utilização do método geral para a realização e implementação de um programa para atingir os objetivos de modo ótimo, que são os clássicos *Program Evaluation and Review Technique* e o *Critical Path Method* (PERT-CPM).

Para a utilização do método neste trabalho, levantamos os elementos - objetos do PERT-CPM - no contexto dos ativos de um Mercado.

Desde a década de 1950, com o surgimento da teoria de Mercado do prêmio Nobel em Economia, H. Markowitz [Markowitz, 1952], temos a síntese dos elementos que caracterizam ativos em Mercado com risco.

Em primeiro lugar é preciso tratar da inclusão de vários ativos em uma Carteira de modo ótimo (fundamentado nos conceitos estatísticos de correlação e covariância) e logo depois da análise dos elementos para alcançar objetivos de maximização com custos funcionais determinados *a priori* (que são dados em termos dos eixos retorno - risco , fundamentados nos conceitos estatísticos de média e variância).

2. O Método de Markowitz para equilíbrio ótimo de Carteiras

Segundo a teoria básica de Markowitz para um investidor obter sucesso é necessário essencialmente:

1) montar um conjunto de ações de empresas em setores econômicos diferentes. Isto é, uma das características de uma Carteira de Investimento. O intuito desta diversificação é gerar uma balança de retornos, pois se um setor econômico estiver em queda, outro setor pode estar em alta, ou seja, a perda de um setor pode ser compensada com a elevação dos preços do outro (este fato está ligado fundamentalmente à medida de correlação entre os ativos);

2) reequilibrar periodicamente a proporção entre os ativos que compõem a carteira, através da consideração da história dos retornos de cada ativo e os cálculos próprios da teoria (de Markowitz) baseados essencialmente em modelos de otimização, tipo multiplicadores de Lagrange [Guidorizzi, 2005].

Estes dois princípios podem ser tratados numa Carteira P de diversificação mínima (isto é, composta de dois ativos A e B) e apresenta as seguintes características:

- No plano de Markowitz, risco (desvio-padrão) – retorno (média), a curva de composição dos dois ativos é mostrada na Figura 1.

(Observação: na época – em torno de 1952, quando o artigo "Portfolio selection" foi publicado – o risco de um ativo financeiro era medido pelo seu desvio-padrão. Ainda hoje, apesar de existirem diversas outras métricas, o desvio-padrão ainda é utilizado).

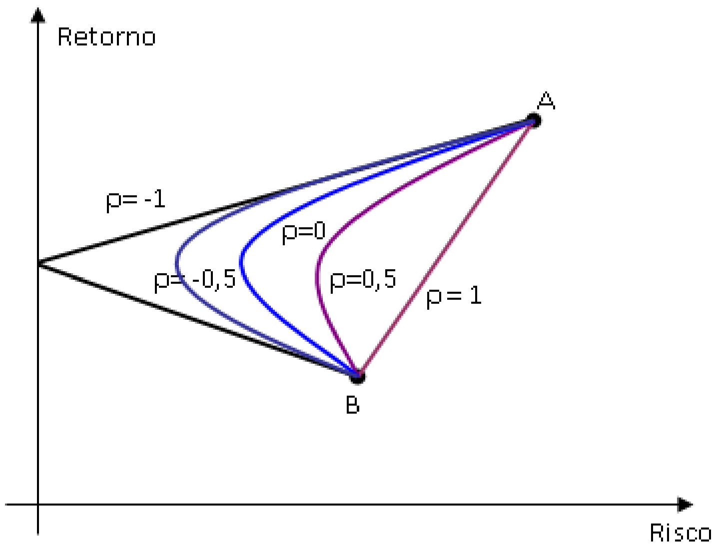

Figura 1: Curvas de Risco - Retorno para composição dos ativos A e B, com diversos valores de coeficientes de correlação

A curva da Figura 1, onde ρ é o símbolo para correlação entre os ativos A e B, nos mostra claramente que quanto menor for a correlação entre os ativos A e B, menores serão os riscos.

- O equilíbrio das proporções de A e B na carteira denotada (com proporção x de A), é dada por

$$P = x\,A + y\,B \qquad (x + y = 1),$$

O retorno e variância de P serão respectivamente :

$$\overline{R_P} = x\,\overline{R_A} + y\,\overline{R_B} \qquad \text{e} \qquad \sigma_P^2 = x^2\,\sigma_A^2 + y^2\,\sigma_B^2 + 2x\,y\,\sigma_{AB}$$

onde σ_{AB} é a covariância entre A e B.

Esta estratégia é realizada com o uso do Teorema dos multiplicadores de Lagrange [Guidorizzi, 2005], pelo método de maximização do retorno ($\overline{R_P}$) (cujo gráfico é um plano) submetido ao vínculo $\sigma_P^2 = \sigma$, onde σ é um risco predefinido (gerando uma elipse no plano (x, y) - a elipse de iso-risco).

Observações:

- o máximo retorno possível em P é o maior dentre os retornos de A e B.
- usando as derivadas parciais (em relação a x e y) na função positiva $\sigma_P^2(x)$, vemos que o mínimo desta função é dado por:

$$x_0 = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}} \,,$$

que será a proporção do ativo A em P para termos o risco mínimo $\sqrt{\sigma_P^2(x_0)}$ na Carteira.

Se a Carteira P for composta de três ou mais ativos a composição é, ainda obtida da mesma forma com o uso do método dos Multiplicadores de Lagrange em dimensões arbitrárias [Sharpe, 1973].

A seguir, introduzimos o problema central de nosso trabalho.

3. O problema da otimização do lucro numa carteira de ativos com janelas de tempo para compra e venda

O projeto central neste trabalho é criar um ambiente na Teoria de Carteiras para criar caminhos ótimos (em relação ao retorno (lucro) ou ganho de tempo) em um grafo tipo PERT-CPM.

Vamos esquematizar o problema-paradigma a ser abordado neste trabalho como um grafo usual em PO, num esquema PERT-CPM, considerando:

1º - cada ativo no processo tem uma janela própria de possibilidade de compra/venda (C/V).

Tais janelas de tempo para C/V, ocorrem em geral de um modo descontínuo no tempo, pois, no geral há períodos em que a C/V de um ativo não está disponível (por exemplo: fusos horários diferentes dos Mercados e corretoras; regras nacionais em relação aos Mercados e movimentação financeira; indisponibilidade de fundos, etc.).

2º - Os estágios no processo serão numerados em sequência: 0,1,2, ...

3º - A Carteira P é composta dos três ativos A, B, C e é: P = {A,B,C}.

4º - As 3 associações, compostas por 2 elementos distintos de C, denominadas sub-carteiras, são:

$$C_{ab} = \{A, B\}, \qquad C_{ac} = \{A, C\}, \qquad C_{bc} = \{B, C\}\,,$$

5º - Os estados em que é possível equilibrar as carteiras P , C_{ab} , C_{ac}, C_{bc}, (estabelecidos pelo Método de Markowitz num tempo t) serão denotados por E_P^t E_{ab}^t , E_{ab}^t, E_{bc}^t, respectivamente, e denotam os nós do grafo que vai representar o esquema de ação.

6º - A composição da carteira P num tempo t , (quanto à proporção dos ativos A, B, C) pode ser dividida nos seguintes tipos, excludentes entre si:

a. o tempo t é janela do tempo de C/V comum aos 3 ativos: a carteira P é reequilibrada segundo o Método de Markowitz no tempo t , ou,

b. o tempo t não está na janela de C/V de nenhum ativo. Neste caso mantemos a carteira P inalterada, ou,

c. o tempo t é janela do tempo de C/V comum a 2 ativos entre A, B, C. Uma sub-carteira com 2 ativos de C – digamos C_{ab} , está numa janela de tempo de C/V para os dois ativos e não para C. Neste caso a carteira C_{ab} , é reequilibrada pelo Método de Markowitz e a proporcionalidade é mantida relativamente à soma de proporções de A e B em P.

Observe-se que, segundo o princípio do Máximo de Miller, da Programação Dinâmica [Minoux, 1983], neste caso, a proporção continua sendo ótima.

[para exemplificar o caso: suponha que até o momento t as proporções dos ativos A, B, C em P sejam 0,4 ; 0,5 ; 0,1 , respectivamente e t é um tempo de janela para C/V para A e B. Consideraremos a soma 0,9 que será agora o 100% na carteira C_{ab}. Se supusermos após a aplicação do Método de Markowitz que a proporção ótima é 40% e 60% de A e B em C_{ab} , então a composição de P no instante t será 0,36; 0,54; 0,1 , para A, B e C respectivamente.]

7º - O valor (financeiro) V da carteira P em cada estágio k do processo é denotado por $V_0, V_1, V_3, \ldots V_k$.

8º - O *stop* no processo no estágio k se dá quando uma das 2 situações ocorrer:

a. para um numero $N_0 > 1$ fixado *a priori* , k=N_0 e/ou

b. para um valor M_0 fixado, V_k atinge o valor pela primeira vez.

9º - Os tempos separando os nós no diagrama, neste nosso caso, são considerados (sem perda de generalidade para um caso finito de tempos de execução) dois: t_1 , t_2 .

10º - Objetivo da escolha de um caminho ótimo: maximizar o lucro com a escolha de uma sequência crescente de n tempos $t_1, t_2, \ldots t_n$ (através dos cálculos do Método de Markowitz) mais curta.

O diagrama de ação no nosso caso, neste trabalho, é apresentado na Figura 2.

4. Conclusões

A partir da colocação do processo em PO num esquema PERT-CPM em termos dos dez itens acima que é um dos objetivos deste trabalho, temos mais claramente estruturadas algumas questões interessantes. Encaminhadas, são indícios para a escolha consciente de estratégias para maximização (em termos de montantes monetários e/ou tempo ganho) no processo.

Um destes problemas é a questão da escolha dos tempos t_1 , t_2 em função das janelas de tempo de C/V dos ativos envolvidos.

À respeito disto podemos estabelecer: denotando por $J_M \subset \mathbb{R}^+$ a janela de tempo de C/V do ativo *M*, *(M=A,ou B,ou C)* e observando que em cada passo k do processo os tempos t presentes em E_P^t , E_{ab}^t , E_{ab}^t, E_{bc}^t formam o conjunto,

$I_k = \{ at_1 + bt_2 \, ; a, b \in \mathbb{N}; a + b = k\}$,

a posição relativa de $J_P, J_{ab}, J_{ac}, J_{bc}$ e I_k é um relevante indicador para a maximização do retorno ou do tempo ganho no processo.

Várias outras observações podem ser dadas de forma clara usando o diagrama da Figura 2 abaixo, levando à formulação de procedimentos e entendimento do processo de rebalanceamento de Carteiras no Mercado, para maximização de resultados. Isto está sendo feito em [Damasceno e Barbanti, 2017].

Com as indicações neste trabalho pertinentes a um processo em PO, o PERT-CPM, damos subsídios para lucros no Mercado financeiro que podem ser realizados com um computador e uma inscrição como *home-broker*. Isto faz com que as pessoas tenham mais caminhos para lucrarem e – no nosso tipo de sociedade – sentirem-se mais livres. Isto também é parte do bem-estar almejado em uma sociedade preocupada com a inclusão total de seus cidadãos numa política participativa.

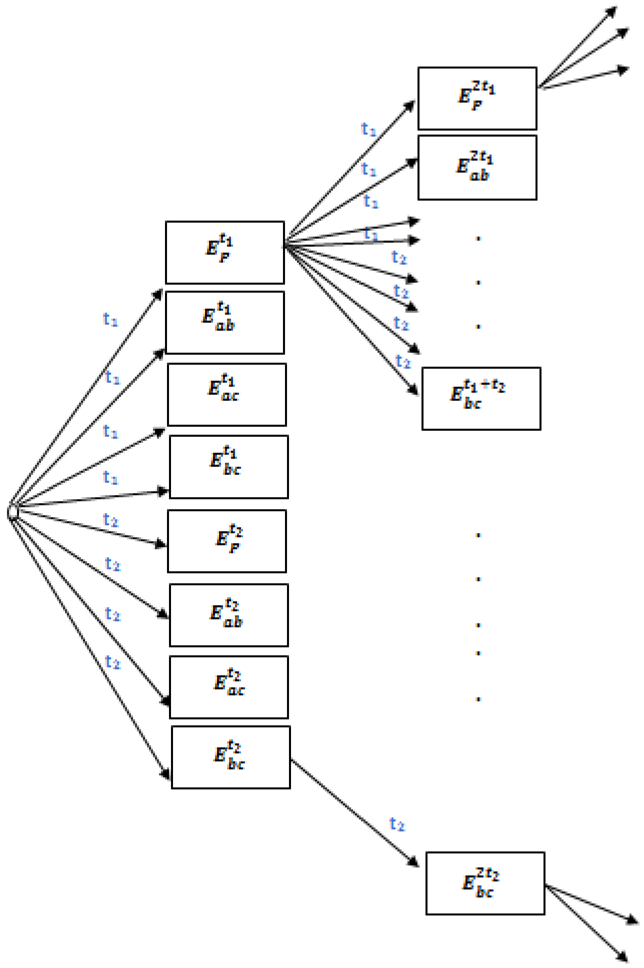

Figura 2: Diagrama em forma de árvore do processo.

Referências

Damasceno, B.C., Barbanti, L. (2017). Rebalanceamento em carteiras no Mercado e possibilidade de postergação de atitudes. Pre-print, a aparecer.

Guidorizzi, H. (2005). Cálculo II. Ed. Atlas, SP.

Hillier, F., Lieberman, G. (2001). Introduction to operations research. McGraw Hill, NY.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. J. Finance, 7, p.77-91.

Minoux, M. (1983) Programmation Mathématique: théorie et algorithmes. Dunod, Paris.

Sharpe, W. (1973). Investments. Prentice Hall, Singapure.